Final 30/11/14

# Cinética en el Plano de un Cuerpo Rígido
## Impulso y Momento

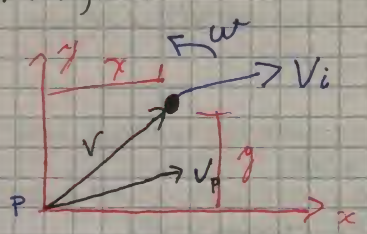
Momento lineal y angular

Momento lineal:

Momento lineal de un cuerpo rígido se determina al sumar vectorialmente los momentos lineales de todas las partículas del cuerpo.

$$L = mV_G$$

Momento angular




$$H_G = I_G\,\omega$$

El momento angular del cuerpo calculado en torno al punto G, es igual al producto del momento de inercia del cuerpo en torno de un eje que atraviesa por G y a la velocidad angular del cuerpo

Traslación

$L = mV_G$

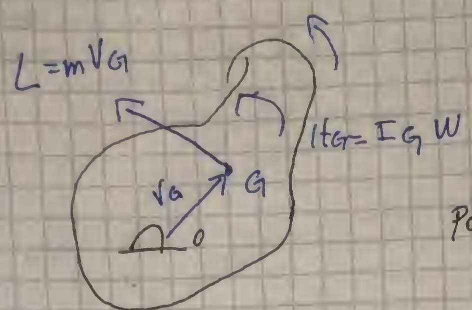
$H_G = 0$

Rotación eje fijo

$L = mV_G$

$H_G = I_G\,\omega$

Si es desde un punto "O"




$$H_0 = I_G \omega + r_G (m V_G)$$

$$V_G = r_G \omega$$

$$H_0 = (I_G + m r_G^2)\omega$$

Por lo tanto

$$H_0 = I_0 \omega$$

Movimiento en el Plano General

$$L = m V_G$$

$$H_G = I_G \omega$$

## Principio de Impulso y Momento

El momento para un cuerpo rigido se desarrolla al combinar la ecuación de movimiento con la cinética, La ecuación resultante permitirá una solución directa a los problemas que involucran fuerza, velocidad y tiempo.

La ecuación del movimiento de traslación para un cuerpo rígido es: $\sum F = m a_G = m\,(dr/dt)$

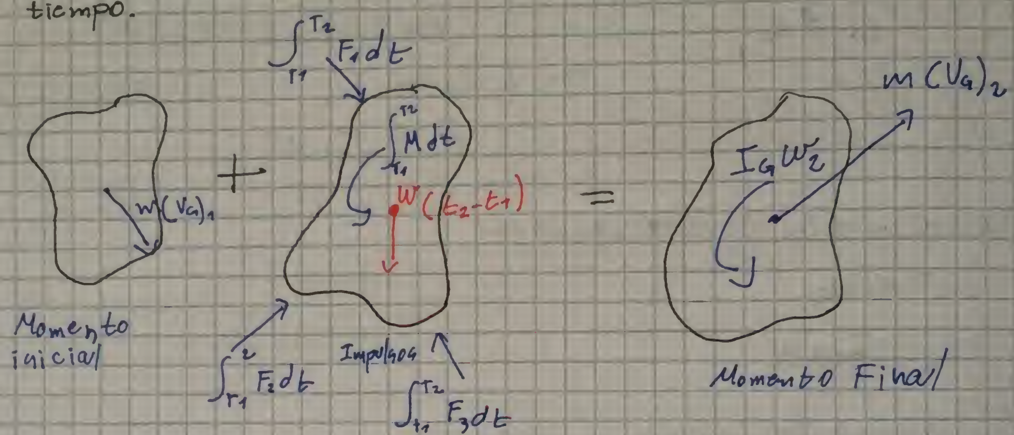
si masa cte $\sum F = \dfrac{d}{dt}(m V_G)$

al multiplicar ambos lados por $dt$ e integrar con respecto de $t = t$ ; $V_G = (V_G)_1$ , $t = t_2$ , $V_G = (V_G)_2$ entonces

$$\sum \int_{t_1}^{t_2} F\,dt = m(V_G)_2 - m(V_G)_1$$

Esta es la ecuación como el principio del impulso inicial y el momento.

Establece que la suma de todos los impulsos originados por el sistema externo de fuerzas que actúa sobre el cuerpo durante el intervalo de tiempo $t_1$ a $t_2$ es igual al cambio en el momento lineal del cuerpo durante el intervalo de tiempo.




Principio del impulso angular y el momento

$$\Sigma M_G = I_G \alpha = I_G \left( {}^{d\omega}/{}_{dt} \right)$$

$I_G = cte$

$$\Sigma M_G = \frac{d}{dt}(I_G \omega)$$

$$\Sigma \int_{T_1}^{T_2} M_G \, dt = I_G w_2 - I_G w_1$$

En torno a un eje fijo en un punto O se convierte en

$$\Sigma \int_{T_1}^{T_2} M_o \, dt = I_o w_2 - I_o w_1$$

Resumiendo, si el movimiento ocurre en el plano "x" "y" pueden escribirse tres ecuaciones escalares

$$m(V_{Gx})_1 + \sum\int_{T_1}^{T_2} F_x\,dt = m(V_{Gx})_2$$

$$m(V_{Gy})_1 + \sum\int_{T_1}^{T_2} F_y\,dt = m(V_{Gy})_2$$

$$I_G w_1 + \sum\int_{T_1}^{T_2} M_G\,dt = I_G w_2$$

También se puede aplicar a todo el sistema de cuerpos conectados, en lugar de hacerlo por separado.

Así se elimina la necesidad de incluir los impulsos de reacción que ocurren en las ~~reacciones~~ conexiones porque estos se vuelven internos del sistema

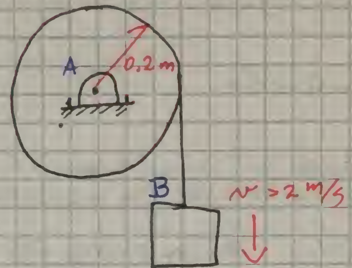
$$\left(\sum \begin{matrix}\text{Momento lineal}\\ \text{del sistema}\end{matrix}\right)_{x_1} + \left(\sum \begin{matrix}\text{impulso lineal}\\ \text{del sist.}\end{matrix}\right)_{x(1-2)} = \left(\sum \begin{matrix}\text{Momento lineal}\\ \text{del sist}\end{matrix}\right)_{x_2}$$

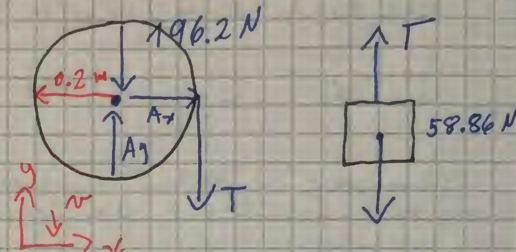
$$\left(\sum \begin{matrix}\text{momento lineal}\\ \text{del sist}\end{matrix}\right)_{y_1} + \left(\sum \begin{matrix}\text{impulso lineal}\\ \text{sist}\end{matrix}\right)_{y(1-2)} = \left(\sum \begin{matrix}\text{Momento lineal}\\ \text{sistema}\end{matrix}\right)_{y_2}$$

$$\left(\sum \begin{matrix}\text{Momento angular}\\ \text{sistema}\end{matrix}\right)_{O_1} + \left(\sum \begin{matrix}\text{impulso angular}\\ \text{sistema}\end{matrix}\right)_{O(1-2)} = \left(\sum \begin{matrix}\text{Momento angular}\\ \text{sist}\end{matrix}\right)_{O_2}$$

El momento e impulso angulares del cuerpo deben calcularse respecto desde el punto fijo O de referencia para todos los cuerpos del sistema.

**Ej)** El bloque tiene $m = 6\,Kg$ está unido a una cuerda envollada en torno de un disco de $20\,Kg$ cuyo momento de inercia es $I_A = 0.40\,Kg \cdot m^2$ si el bloque se desplaza inicialmente hacia abajo con una rapidez de $2\,m/s$, determine la rapidez en $t = 3\,seg$. Desprecie masa de la cuerda




El movimiento del bloque B hacia abajo ($V_B$) hace que la $\omega$ del disco ocurra en sentido de las manecillas del reloj

Principio de impulso y el momento

Disco $\circlearrowright +$ $\quad I_A \omega_1 + \Sigma \int M_A\, dt = I_A \omega_2$

$$0.40\,Kg \cdot m^2 (\omega_1) + T(3\,seg)(0.2\,m) = 0.4\,\omega_2$$

Bloque $\quad m_B (V_B)_1 + \Sigma \int F_y\, dt = m_B (V_B)_2$

$$-6\,kg\,(2\,m/s) + T(3\,seg) - 58.86\,N(3\,seg) = -6\,kg\,(V_B)_2$$

Cinemática

$\omega = V_B / r$

$\omega_1 = (2\,m/s)\,(0.2)$

$\omega_1 = 10\,rad/seg$

$\omega_2 = (V_B)_2 / 0.2\,m$

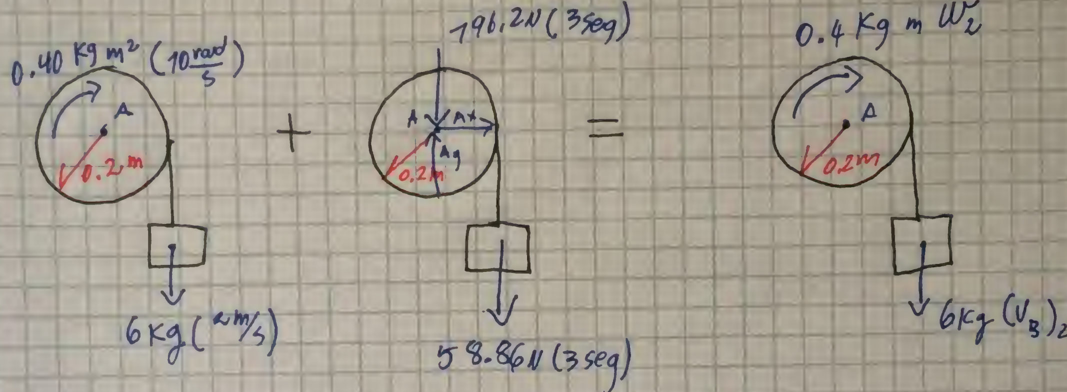
$\omega_2 = 5\,(V_B)_2$

Al sust y despejar eq $\Rightarrow$ $(V_B)_2 = 13\,m/s \downarrow$

# Solución II

Es posible obtener $(V_B)_2$ al considerar el sistema del bloque, cuerda y disco.

El principio del impulso angular y el momento en torno al punto A.




$W_1 = 10\ rad/s$

$W_2 = 5\,(V_B)_2$

$$\left(\sum \begin{matrix}\text{mom angular}\\ \text{sist}\end{matrix}\right)_{A1} + \left(\sum \begin{matrix}\text{Impulso ang}\\ \text{sist}\end{matrix}\right)_{A(1-2)} = \left(\sum \begin{matrix}\text{Momento Ang}\\ \text{sist}\end{matrix}\right)_{A2}$$

$\circlearrowright +$

$$6\,Kg\,(2\,m/s)(0.2\,m) + (0.4\,Kg\,m^2)(10\,rad/s) + 58.86\,N\,(3\,seg)(0.2\,m)$$
$$= 6\,Kg\,(V_B)_2\,(0.2) + 0.40\,Kg\,m^2\left[5\,(V_B)_2\,(0.2)\right]$$

resolviendo

$$(V_B)_2 = 13.0\ m/s \downarrow$$